

# 國立中央大學八十四學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：工業管理研究所 甲組

科目：微積分

共 1 頁 第 1 頁

一、畫出圖形：(每題5%)

1.  $f(x) = 2x^2 / (9-x^2)$

2.  $f(x) = xe^x$

二、求極限：(5%)

i.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \cos x) / x$

三、連續複利 (compounded continuously) 可定義為  $\lim P(1 + r/n)^n$

其中  $P$  = 本金 (principal)  $r$  = 年利率 (nominal interest rate)  $n$  = 一年複利  $n$  次  
而實利率 (effective interest rate) 可定義為利息所得和本金的比率：

1. 若考慮  $t$  年 ( $t$  不一定為整數)，則連續複利本利和為何？

試以精簡公式表示。(5%)

2. 實利率的精簡公式為何？(5%)

3. 若投資 10,000 元，以 9% 的連續複利計息，問 16 個月後，  
這筆投資的價值為何？(10%)

四、B 產品每週需求函數為  $x = D(p) = 18 - p/4$  ( $p$  = 價格，單位 = 萬元)，  
而生產之固定成本為 120 萬元，邊際成本函數為  $2 + 2x$  (萬元)，為求  
最大的淨利，則每週的生產數應為多少？(10%) 對應的價格為多少？  
(5%)

五、試求  $\int \sqrt{\tanh x} \, dx$ 。(10%)

六、試求  $\int \int_D xe^{xy} \, dx \, dy$ ，式中  $D$  為由  $x=1$ ,  $x=3$ ,  $xy=1$ ,  $xy=2$  所圍區域。(10%)

七、設求  $z = f(x, y)$ ,  $x = u \cos \theta - v \sin \theta$ ,  $y = u \sin \theta + v \cos \theta$ ，試證

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} \quad (10\%)$$

八、令  $f(x, y) = 2(x-3y)^2 + x^2$ ，其中  $6 \leq x \leq 10$ ,  $0 \leq y \leq 4$ ，對於任意  $y \in [0, 4]$ ，  
試求  $f(x, y)$  在區間  $6 \leq x \leq 10$  上哪一點是最小值？並求此最小值。(10%)

九、請用微分法 (differential) 估計  $\sqrt{(3.10)^2 + (4.02)^2}$ 。(10%)