

參考用

注意: 請寫下解題的詳細過程。

1. 試求 $\int x^5 e^{(x^3)} dx$ 。(10分)
2. 試求出圖形 $x^2 + (y-x)^3 = 9$ 在其上一點 $(1, 3)$ 的切線方程式。(10分)
- 3 試求出橢圓方程式 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 所包圍區域的面積。(15分)
4. 一隻松鼠停留在雙曲拋物面 $z = y^2 - x^2$ 上之點 $(1, 1, 0)$, 若它欲往最陡峭的方向爬動, 試問該往何方向爬? 開始爬動時之斜率為何? (15分)
5. 一家電子公司出產兩種電腦其產量分別是 x, y , 且其獲利函數為 $P(x, y) = xy + 2x$ 。若這兩種電腦的產量受條件 $2x + y = 30$ 的限制, 試求能使該廠商獲得最大純利時 x, y 的數量應為何? (請用 Lagrange multiplier method 解此題) (15分)
6. 令 R 為被 $y^2 = 4(1-x)$ 與 $y^2 = 4(1+x)$ 這兩曲線包圍且位於 x 軸上方的區域, 試求下面重積分(Double Integral)的值 (15分)

$$\iint_R \sqrt{x^2 + y^2} dA$$

7. 設 $a_1 = \sqrt{2}$ 且 $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$ 對任何正整數 n 皆成立, 試證明 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 存在且找出其極限值。(10分)

8. (10分) 試求

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1/\sqrt{1}) + (1/\sqrt{2}) + \cdots + (1/\sqrt{n})}{\sqrt{n}}$$