

系所別： 財務金融學系乙、丙組 科目：

微積分

1. 財管所學生阿誠鑒於父母所給的生活費不夠用，想要利用課餘時間在所辦公室工讀賺錢。無奈研究所課業繁重，每週空閒時間僅有十六小時。假設阿誠想要使其效用  $U = \ln MH$  最大，其中  $M = D + wL$  為每週所得， $D$  為父母所給的生活費， $L$  為每週工作時數， $w$  為每小時工資，而  $H = 16 - L$  為每週休閒時數，請問
- 阿誠每週的工作時數為何？(8%)
  - 如果所長體恤學生，提高阿誠的工資，請問阿誠會減少打工時數嗎？(4%)
  - 如果老師體恤學生，減輕課業負擔，使阿誠的空閒時間增加，請問阿誠會減少打工時數嗎？(4%)
2. 在中壢市區違規停車被告發的機率為  $p$ ，罰款為  $f$  元。駕駛老周的效用函數為  $U(W)$ ，其中  $W$  為他的財富。老周愛好財富但是不喜冒險，所以  $U'(W) > 0$ ， $U''(W) < 0$ 。如果老周決定違規停車，則其期望效用為  $E(U) = pU(W - f) + (1 - p)U(W)$ 。請問若被告發機率增加百分之一還是罰款增加百分之一對他的期望效用的影響較大？(16%)
3. 承上題，請證明老周的效用函數開口朝下。(16%)
4. 請解微分方程式  $y' = \frac{1+x}{xy}$ ，其中  $y(1) = -2$ 。(12%)
5. 請證明  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x} = \frac{1}{3}$ 。(12%)
6. 若  $n$  是正整數，請解
- $$\int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx \text{。 (12\%)}$$
7. 如果  $(x_0, y_0)$  使得  $f(x, y)$  在限制式  $g(x, y) = 0$  上極大，請說明為什麼存在一常數  $\lambda$  同時滿足  $f_x(x_0, y_0) = \lambda g_x(x_0, y_0)$  和  $f_y(x_0, y_0) = \lambda g_y(x_0, y_0)$ 。(16%)