

(10%) 1. 向量  $\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

$$\vec{B} = \hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{C} = \hat{i} - \hat{j}$$

請由直接運算展開之方式, 證明  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$

(10%) 2. 以泰勒展開式, 對於  $z = \frac{\pi}{4}$  的點, 得出  $f(z) = \sin z$  之泰勒級數。(展至第三項)

(10%) 3. 得出矩陣  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  之反矩陣 ( $A^{-1}$ )。

(15%) 4. 矩陣  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ , 得出

(a)  $AB$ , (b)  $A^T + B^T$ , (c)  $B^T A^T$

(15%) 5. 得出矩陣  $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  的 (a) 特徵值 (eigenvalues),  
(b) 特徵向量 (eigenvectors).

(10%) 6. 由邊界條件  $y(0) = 2$ ,  $y'(1) = -3$ , 解  $y'' = 3x - 2$ 。

(10%) 7. 解微分方程  $y'' - 3y' + 2y = 2e^{-x}$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = -1$

(10%) 8. 
$$f(x) = \begin{cases} 0 & -5 < x < 0 \\ 3 & 0 < x < 5 \end{cases}, \quad T(\text{週期}) = 10$$

得出貝爾利華級數 (Fourier Series)。

(10%) 9. 計算  $\oint_C \frac{e^z}{(z^2 + \pi^2)^2} dz$ , 其中  $C$  為  $|z| = 4$  之圓,  $z$  為複數。

參  
考  
用