

# 國立中央大學 107 學年度碩士班考試入學試題

所別： 財務金融學系 碩士班 甲組(一般生)

共 2 頁 第 1 頁

財務金融學系 碩士班 乙組(一般生)

科目： 統計

本科考試禁用計算器 計算題需計算過程

\*請在答案卷(卡)內作答

1. Consider a random variable  $X$  with p.d.f.  $f(x) = \frac{1}{4}e^{-(x-1.5)/4}$ ,  $1.5 \leq x < \infty$ .

(a) Find the mean  $\mu = E(X)$ ? (5 分)

(b) Find the variance  $\sigma = Var(X)$ ? (5 分)

2. If the joint density function of two random variables  $x$  and  $y$  is given by

$$f(x, y) = \begin{cases} 2(x+2y)/5 & , \text{ for } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & , \text{ o.w.} \end{cases}$$

(a) Find the conditional mean of  $x$  given  $y=0.5$  (5 分)

(b) Find the conditional variance of  $x$  given  $y=0.5$  (5 分)

3. A random variable  $X$  is normally distributed with mean 50 and variance 49, and a random variable  $Y$  is normally distributed with mean of 100 and variance of 100. Given the random variable  $X$  and  $Y$  have correlation coefficient equal to -0.80, what is the variance of the random variable  $W=4X-3Y$ ? (10 分)

4. 設二維隨機變數  $(X, Y)$  為在  $0 < x < 2, 0 < y < 2$  內之均勻分配，試問：

(a) 令  $W = \max(X, Y)$ ，則  $W$  之機率密度函數 (p.d.f.) 為何？ (5 分)

(b) 令  $Z = \min(X, Y)$ ，則  $Z$  之機率密度函數為何？ (5 分)

5. 令  $X$  為普瓦松分配 (Poisson Distribution) 參數為  $\lambda$  的隨機變數，請定義並計算此分配之偏度 (Skewness) 與峰度 (Kurtosis)。 (10 分)

6. 某專業人員考試考科以四個選項的單選題共 40 題 100 分的方式評量受測者的專業程度，而應試者聖潔思由於不及準備臨場決定以隨機填答方式應答。若該考科要 65 分以上才算達標，請問：

(a) 請問聖潔思連一題都沒達對，全盤皆墨的機率為和？ (5 分)

(b) 請問聖潔思僥倖達標的機率為和？ (5 分)



國立中央大學 107 學年度碩士班考試入學試題

所別： 財務金融學系 碩士班 甲組(一般生)

共 2 頁 第 2 頁

財務金融學系 碩士班 乙組(一般生)

科目： 統計

本科考試禁用計算器

\*請在答案卷(卡)內作答

7. "小菊市長有感於一篇最新的國外醫學文獻報導，研究人員針對一大群心臟病發作以後復原的心臟病患者量測其心率變異<sup>1</sup>後發現，有養狗的病患相較於沒有養狗的心臟病患者有顯著較高的心率變異 (CRV)。小菊市長因此在媒體上鼓勵市民，尤其是患有心臟病的市民，趕緊找隻毛小孩來養，會比較健康。" 請您以您習得的相關統計知識與觀念、術語，試評述小菊市長的建議是否中肯？為什麼？ (5 分)

8. Given are five observations for two random variables,  $x_i$  and  $y_i$

$x_i$	1	2	3	4	5
$y_i$	3	7	5	11	14

- (a) Find the estimated simple linear regression line for these data. (3 分)  
 (b) Find the coefficient of determination  $R^2$ , and comment on the goodness of fit. (3 分)  
 (c) Find the mean squared error (MSE) for the SLR model. (3 分)  
 (d) Use the  $t$  test to test the following hypothesis: (3 分)

$$H_0: \beta_1 = 1, \text{ v.s. } H_a: \beta_1 \neq 1.$$

- (e) Develop a 95% confidence interval for  $E(Y)$  and a 95% prediction interval for  $Y$  when it is known that  $X=4$ . (3分)

9. If a set of sample  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  is i.i.d. drawn from  $N(\mu, \sigma^2)$  and let  $\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ , please use this example to conceptually explain the ideas of Law of Large Numbers (LLN) and Central Limit Theorem (CLT). (10 分)

10. For a random sequence that follows

$$X_t = \alpha + \beta X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \text{where } \varepsilon_t \text{ i.i.d. } \sim N(0, \sigma^2).$$

- Find the long run mean and variance of  $X_t$ . (10 分)

參考用

<sup>1</sup> Heart Rate Variability (HRV), 是一種用於衡量人的心臟如何調適壓力的測度，HRV 越高，代表自律神經系統微調功能越好，總活性越高。通常越年輕的年輕人或身心健康的人越高。