

# 國立中央大學 108 學年度碩士班考試入學試題

所別： 統計研究所碩士班 不分組(一般生)

共 2 頁 第 1 頁

統計研究所碩士班 不分組(在職生)

科目： 數理統計

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

\*計算題需計算過程，無計算過程者不予計分

1. 某公司為了解員工健康狀況，研究員工在用餐畢 2 小時後的血糖濃度( $X$ ,  $\text{mg}/100\text{cm}^3$ )。假設  $X$  是期望值與標準差分別為  $\mu$  及  $\sigma$  的常態隨機變數。隨機抽出 16 名員工，得知其血糖濃度平均數與標準誤差分別為  $\bar{x}=118.8$  與  $s=9.6$ 。
  - a. 建立  $\mu$  的 95% 信賴區間，並且根據此一區間針對虛無假設  $H_0: \mu=120$  相對於對立假設:  $H_1: \mu \neq 120$  進行檢定。(8%)
  - b. 假設  $\sigma=10$ 。求至少要抽樣多少員工加以測試，才能使得  $\mu$  的 95% 信賴區間之期望長度為 5。(8%)
  - c. 假設  $\sigma=10$ 。若  $\mu$  的先驗分布(prior distribution)是期望值與標準差分別為 115 與 10 之常態分布。求  $\mu$  的後驗分布(posterior distribution)及其 95% 的可信域(credible set)。(14%)
2. 假設某公司員工年資( $T$ , 年)為一指數分布，其機率密度函數(probability density function, pdf)為

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{10}e^{-t/10}, & t > 0 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

假設年資  $t$  年員工薪資( $M$ , 單位:十萬元)的條件 pdf 為

$$f(m|t) = \begin{cases} cmt, & 0 < m < 10 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- a. 求  $c$  值，使得  $g(t)f(m|t)$  為員工年資與薪資的聯合 pdf。(5%)
- b. 求年資  $t$  年的員工，其薪資的條件期望值與變異數。(8%)
- c. 求員工薪資的期望值和變異數。(12%)

參考用

注意:背面有試題

國立中央大學 108 學年度碩士班考試入學試題

所別： 統計研究所碩士班 不分組(一般生)

共 2 頁 第 2 頁

統計研究所碩士班 不分組(在職生)

科目： 數理統計

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

\*請在答案卷(卡)內作答

3. 某公司裁員 10%，結果 64 人被裁。已知該公司 55 歲以上的員工占比 25%。在 64 位被裁員當中有 24 人為 55 歲以上的員工。
- 在顯著水準 $\alpha=0.05$ 之下，建立統計檢定以檢視該公司是否對 55 歲以上的員工有過度裁員情形。(15%)
  - 若該公司裁員比例的先驗分布為  $\text{uniform}(0,1)$  分布。根據所獲得的資料，求 55 歲以上員工被裁員比例的後驗分布之期望值與變異數。(10%)
4. 假設製程產品的品質量數(X)為服從連續型分布函數  $F(x)$  之隨機變數，依品質管制而言，只允許 5% 產品的品質量數超出規格上限 10 單位。令參數  $\theta$  為  $F(x)$  的 95 百分位數，亦即  $F(\theta)=0.95$ 。考慮在顯著水準 $\alpha$ 之下，進行  $H_0: \theta \geq 10$  相對於  $H_1: \theta < 10$  的檢定。分別在兩種不同的抽樣方法之下，建立對應的檢定方法。詳述檢定統計式及拒絕域 (rejection region)。
- 隨機抽出  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ，記錄品質量數小於 10 單位的產品個數。(10%)
  - 逐次抽出，直到出現一個品質量數小於 10 單位的產品，記錄品質量數至少為 10 單位的產品個數。(10%)

$$z_{0.025} = 1.96, z_{0.05} = 1.645$$

$$t_{14,0.025} = 2.145, t_{14,0.05} = 1.761, t_{15,0.025} = 2.131, t_{15,0.05} = 1.753, t_{16,0.025} = 2.120, t_{16,0.05} = 1.746$$

(自由度超過 20 之 t 分布，以標準常態分布近似之。)

**注意：背面有試題**

參考用