

系所別: 大氣物理研究所 科目: 流體力學

1. 有一流體的壓力場 $P = P(x, y, z, t)$, x, y 及 z 為笛卡爾座標空間參數, t 為時間參數.
 - (1) 說明實質導數 dP/dt 及局部導數 $\partial P/\partial t$ 的物理意義。(10%)
 - (2) 什麼情況下 dP/dt 和 $\partial P/\partial t$ 相等?(5%)
2. 試證明每單位面積的面積隨時間改變率(面積膨脹率)等於輻散值, 即

$$\frac{1}{\delta A} \frac{d(\delta A)}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \nabla \cdot \bar{V}. \quad (10\%)$$
3. 假設颱風環流的風場為軸對稱且僅具切線(tangential)分量 v_θ , 於極座標(r, θ)可表示為

$$v_\theta = V_{\max} (r/r_{\max}) \exp\{a [1 - (r/r_{\max})^b]\},$$
 V_{\max} 為最大風速且為正(即氣流為反時針方向旋轉), r_{\max} 為最大暴風半徑(相對於颱風中心, $r=0$)。氣象觀測指出 $a=0.5$ 和 $b=2$ 為最佳值。
 - (1) 試證此二維旋轉流場為非輻散的(non-divergent)。(5%)
 - (2) 何處此風場具最大正渦度(vorticity)? (5%)
 - (3) 何處此風場具負渦度?(5%)
 - (4) 請解釋為何此反時針氣旋式環流具有負渦度。(5%)
4. 試利用基本物理量度單位(如時間、長度、溫度等)將Navier-Stokes運動方程式無因次化, 由此定義出雷諾數(Reynolds number), 簡述其物理意義, 並討論動力相似性(dynamic similarity)。(15%)
5. 流体運動的加速度可表為 $\frac{d\mathbf{v}}{dt} + [\mathbf{v} \cdot \nabla] \mathbf{v} = \mathbf{f}$ 其中 \mathbf{v} 為速度向量, ρ 為密度, \mathbf{f} 為流體單位體積所受的力。
 - (a) 試討論至少三種 \mathbf{f} 可能出現的種類並以數學式表示之。(5%)
 - (b) 試寫下笛卡爾座標(Cartesian coordinates)下其於 x, y 及 z 方向的控制方程式。(10%)
6. 試說明Boussinesq的渦流黏滯(eddy viscosity)概念與牛頓黏滯原理(Newton's law of viscosity)之相似性, 並討論二者在Navier-Stokes equations所扮演的相對重要性。(10%)
7.
 - (a) 試寫下控制流體系統改變的Reynolds Transformation Theorem之通式。(5%)
 - (b) 由此通式導出均勻管流(pipe flow)的steady-state質量連續方程式。(10%)

參考用