

國立中央大學 111 學年度碩士班考試入學試題

所別：大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(一般生)

共 2 頁 第 1 頁

大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(在職生)

科目：普通物理

已知常數：	<u>萬有引力常數 G</u>	<u>蒲朗克(Planck)常數 h</u>	<u>光速 c</u>
-------	------------------------------	-------------------------------------	--------------------------

1. (每小題 5 分，共 30 分) 簡答題

- (a) 頻率為 f 的光子，其能量 E 為何？動量大小 p 為何？
- (b) 一個密閉容器內，裝了一些氣體。溫度為 T 。快速壓縮此密閉容器的體積，此容器中的氣體溫度會如何改變？請簡單說明造成這種改變的物理機制？
- (c) 兩個密閉玻璃容器 A 與 B 內，分別裝了一些溫度為 T_A 與 T_B 的氣體。用合適的電磁波，加熱兩個容器內的氣體。假設輸入熱量都是 ΔQ ，請問密閉玻璃容器 A 與 B 內的氣體熵值變化量各為多少？
- (d) 已知一個行星質量為 M ，半徑為 R 。行星表面有一層大氣，在達到靜力平衡的時候，行星表面高度 h 處的一塊密度為 ρ 、體積為 V 、溫度為 T 的氣塊，它所受到的向上壓力梯度力大小是多少？
- (e) 請說明火箭加速升空的原理。
- (f) 請根據陀螺儀原理說明以下現象的物理機制：腳踏車騎得快比騎得慢穩、中高速騎車前進時，身體稍微朝左偏有助於朝左轉，反之朝右偏有助於朝右轉。

2. (每小題 5 分，共 30 分) 計算證明題

一個質量為 m 的小天體，飛過質量為 M_S 半徑為 R_S 的太陽。若觀測結果顯示此小天體在距離太陽中心 r_0 處 ($r_0 > 10R_S$)，切線速度大小為 v_0 ，相對太陽中心的徑向速度大小為 0。若忽略其他行星對此小天體公轉軌道的影響，則

- (a) 此小天體在距離太陽中心 r_0 處，相對太陽中心的角速度為何？
- (b) 請問此小天體相對太陽中心的角動量為何？
- (c) 如果 $v_0^2 = 2(GM_S/r_0)$ ，請問此小天體的軌道為哪種圓錐曲線？離心率為多少？
- (d) 如果 $v_0^2 = (3/2)(GM_S/r_0)$ ，請問此小天體的軌道為哪種圓錐曲線？離心率為多少？
- (e) 如果 $v_0^2 = GM_S/r_0$ ，請問此小天體的軌道為哪種圓錐曲線？離心率為多少？
- (f) 如果 $v_0^2 = (1/2)(GM_S/r_0)$ ，請問此小天體的軌道為哪種圓錐曲線？離心率為多少？

國立中央大學 111 學年度碩士班考試入學試題

所別：大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(一般生)

共 2 頁 第 2 頁

大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(在職生)

科目：普通物理

3. (共 10 分) 計算證明題

一般討論彈簧振盪時，都考慮輕彈簧。也就是彈簧的質量 m ，遠小於所掛重物的質量 M 。現在若將彈簧的質量 m 納入考慮，則此彈簧系統的震盪週期將異於輕彈簧系統。若已知彈簧的彈力常數為 k 、彈簧的長度為 L 、簡諧震盪時，彈簧的伸長量 $x(t) \ll L$ 。求此彈簧的震盪週期。

4. (共 10 分) 物理概念證明題

一個實心圓柱體與一個空心圓柱筒，質量均為 M ，圓柱半徑均為 R ，由一個高度為 h 的斜坡上滑下來。如果兩者都只有滾動，沒有滑動，請問「實心圓柱體」與「空心圓柱筒」哪一個先滾到斜坡底部？(2 分) 請說明造成這種差異的物理機制。(8 分)

5. (每小題 5 分，共 20 分) 計算 證明題

最近成功發射的 詹姆士 韋伯 太空望遠鏡 (James Webb Space Telescope, JWST) 最後將停留在 地日系統的五個拉格朗日點 (Lagrangian points, L1, L2, L3, L4, L5) 之一的 L2 附近。位在這五個拉格朗日點處的太空船或太空望遠鏡，它們受到太陽與地球的萬有引力之和，會等於在日地共轉的系統中，所受到的離心力。(註：因為太陽與地球都繞著日地的共同質量中心打轉。因此以日地質心為原點，跟著太陽與地球打轉的「日地共轉系統」中，太陽、地球、以及這五個點的相對位置，都不會隨時間改變) 已知 L1, L2, L3 三點位在地日連線上，它們與日地的相對位置為：L2-地球-L1-太陽-L3。L4 與太陽及地球呈現正三角型分佈，且位在地球公轉的前進方向。L5 也與太陽及地球也呈正三角型分佈，但位在 L4 的對側。若太陽質量為 M_S 、地球質量為 M_E 、地日相距 d (也就是 1AU)，地球距離地日質心的距離為 r_E 。

- 求 $r_E/d = ?$
- 若忽略其他行星、衛星對地球的影響，請問太陽與地球繞著兩者共同質量中心打轉的角速度 ω 大小應該是多少？
- 若 L2 那點與地日質量中心相距為 r_{L2} ，求 $r_{L2}/d = ?$ (或滿足什麼樣的方程式)。
- 請證明，在 L4 那點，一個質量為 m ($m \ll M_E$) 的特洛伊小行星，它在「日地共轉系統」中所受到的離心力會等於它所受到太陽與地球的萬有引力之和。