國立中央大學101學年度碩士班考試入學試題卷

所別：生物醫學工程研究所碩士班 乙組(一般生)　科目：微積分　共 2 頁　第 1 頁

本科考試禁用計算器

＊請在試卷答案卷（卡）內作答

1. Find the rate of change of y= $\sqrt{x^2+16}$ with respect to $t=\frac{x}{x-1}$ at x = 3 (5%)

2. Evaluate the following limits / integrals:

   (a) $\lim_{x\to 0}\frac{sinx}{x+x^2}$ (5%)

   (b) $\lim_{x\to 1}\frac{1-x+\ln x}{1+cos\pi x}$ (5%)

   $(c)\int_1^{\infty}\frac{1}{x\ln x}dx$ (5%)

   $(d)\int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\frac{dxdy}{(1+x^2+y^2)^2}$ (5%)

3. Find the volume of the solid that is generated by rotating the plane region bounded by the curves $y=1-x^2$ and $y=0$ around the line $x=2$. (5%)

4. Use *L'Hôpital*'s rule to show that

$$\lim_{h\to 0}(1+hx)^{\frac{1}{h}}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n \quad (10\%)$$

5. Show that the series

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(\ln n)^p} \text{ converges if } p>1, \text{and diverges if } p<1 \quad (10\%)$$

注意：背面有試題

國立中央大學101學年度碩士班考試入學試題卷

所別：生物醫學工程研究所碩士班 乙組(一般生)　科目：微積分　共 2 頁 第 2 頁

本科考試禁用計算器　　＊請在試卷答案卷（卡）內作答

每題 5 分　(必須寫出過程 否則不計分)

6. 試將無限循環小數 $0.38\overline{1}$ 化爲有理數

7. 求 $\lim_{x\to 3}\frac{x-2}{x^2-4}$ 之極限

8. 已知 $f(x)=\begin{cases}3k+\sqrt{x};0\le x\le 4\\ 2kx-72;4<x\le 9\end{cases}$ 在[0 9]連續, 求 k 值爲何?

9. 若 $Y=\pi^2$ 則 dy/dx=? (1) 2π (2)0 (3)$\frac{1}{2}\pi$ (4) π

10. $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}$ 求 df(x)/dx=

11. 若 $f(x)=\ln(\ln x)$ 求 $f'(x)$=?

12. 試求 $(x-y)(x+2y)=4$, 在 $x=2, y=1$ 時, $\frac{dy}{dx}$ 之值

13. 若 $\frac{dy}{dx}+3x^2y=0$, 求原函數 $y(x)=?$

14. 求 $\int 10^x\,dx=?$

15. 求極座標函數 $r=5\sin\omega$ 所造之封閉區域面積

注意：背面有試題