

所別：生物醫學工程研究所碩士班 乙組(一般生) 科目：微積分 共 2 頁 第 1 頁

本科考試禁用計算器

*請在試卷答案卷(卡)內作答

1. Find $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \int_x^{x+h} \frac{1}{t + \sqrt{t^2 + 1}} dt$ (10%)

2. Find $f'(0)$ if

(a) $f(x) = x(x-1)(x-2)\cdots(x-n)$ (5%)

(b) $f(2-x) = \frac{x}{x^2+1}$ (5%)

3. Evaluate the following integrals:

(a) $\int_{-\pi}^{\pi} (\cos \frac{x}{2} + x^3 + x^4 \sin x + x^5) dx$ (5%)

(b) $\int \tan \theta \sec^4 \theta d\theta$ (5%)

(c) $\int (\ln t)^2 dt$ (5%)

(d) $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \sin(x^2 + y^2) dx dy$ (5%)

4. Use the method of Lagrange multipliers to find the maximum value of $f(x, y, z) = x + 2y + 2z$ on the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (10%)

參考用

注意：背面有試題

所別：生物醫學工程研究所碩士班 乙組(一般生) 科目：微積分 共 2 頁 第 2 頁

本科考試禁用計算器

*請在試卷答案卷(卡)內作答

5. 試求 $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$ 之圓方程式、圓心與半徑。(5%)

6. 求拋物線方程式 $y^2 - 6y = 4x + 3$ 之頂點、焦點、準線及對稱軸。(5%)

7. Find the following limits: (10%)

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n}{n-3} \right) = ?$ where $n \geq 4$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^3 + n^2 + 4n}{n^3 + 3n^2 + 2n + 1} \right)^n = ?$

8. Find $\frac{1}{1 + \sin^2 x} + \frac{1}{1 + \csc^2 x} = (5\%)$

9. Solve the following differential equations: (10%)

(1) $y' + 4y = 8x$ (2) $y' = e^{-2x}$

10. Find the Taylor polynomial of degree 3 for

$f(x) = 1 - x + x^2 - 3x^3$ about the point $a = 1$. (10%)

11. 求 $\int \frac{x dx}{x^2 + x + 1} = ?$ (5%)

參考用

注意：背面有試題