

國立中央大學100學年度碩士班考試入學試題卷

所別：土木工程學系碩士班 空間資訊組(一般生) 科目：工程數學 共 1 頁 第 1 頁

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

*請在試卷答案卷(卡)內作答

- 一、設空間平面方程為 $ax + by + cz + d = 0$ 。任一點位 (x_0, y_0, z_0) 到該平面的垂直距離是 $(ax_0 + by_0 + cz_0 + d) / \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ ，試繪草圖並驗證之。(20%)
- 二、在平面直角坐標系旋轉 θ 角度(rad)後某點位坐標(m)，從 (a, b) 轉換成 (c, d) ；其各屬的協方差(Covariance)矩陣旋轉前為 $\begin{pmatrix} \sigma_a^2 & \sigma_{ab} = 0 \\ \text{symm.} & \sigma_b^2 \end{pmatrix}$ ，之後為 $\begin{pmatrix} \sigma_c^2 & \sigma_{cd} \\ \text{symm.} & \sigma_d^2 \end{pmatrix}$ 。試列舉誤差傳播式以獲得 $\sigma_a^2 + \sigma_b^2 = \sigma_c^2 + \sigma_d^2$ 。(20%)
- 三、餘弦的微分為負的正弦函數，試條列式子推導之。接著，明列反餘弦 $\cos^{-1} x$ 之微分函數。(20%)
- 四、倘若某 $n \times n$ 對稱方陣 A 之固有值(Eigenvalue)為 λ_i ，其中 r 個不等於零，即 $i \in \{1, 2, \dots, r\}$ 。換句話說，存在 $n - r$ 個等於零的固有值。固有向量(Eigenvector) x_i 源自於 $Ax_i = \lambda_i x_i$ 。試以 λ_i 與所對應 x_i 推求 A 的擬逆(Pseudo-inverse)矩陣。(20%)
- 五、間接觀測平差之誤差方程組為 $v + Ax = l$ 與 $\sigma_0^2 Q$ ，此地 A 為 $n \times u$ 設計矩陣 ($n > u$)，秩 $\text{rank } A = u$ 。協因數方陣 Q 的維度為 $n \times n$ ，秩 $\text{rank } Q = n$ 。向量 l 是已知的。設參數解答為 $x = Q_x A^T Q^{-1} l$ ，試驗證量測殘差 v 的解答是 $Q_v Q^{-1} l$ 。此外，演算 $(Ax)^T Q^{-1} v$ ，結果會是什麼？(20%)

參考用