

國立中央大學101學年度碩士班考試入學試題卷

所別：土木工程學系碩士班 空間資訊組(一般生) 科目：工程數學 共 1 頁 第 1 頁

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

*請在試卷答案卷(卡)內作答

- 一、於複數平面中(第一象限橫軸表示實部，縱軸表示虛部， $i = \sqrt{-1}$)，點 1 坐標(m)為 x_1 及 y_1 ，點 2 坐標(m)為 x_2 及 y_2 。設原點到點 1 與點 2 方向間所夾的銳角(rad)為 θ ，試證明恆等式， $x_1x_2 + y_1y_2 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2} \cos \theta$ 。(二十分)
- 二、已知維度 $m \times n$ 矩陣 X 與維度 $n \times m$ 矩陣 Y ，兩矩陣相乘結果會是維度不同的方陣。試展演 XY 對角元素總和，全等於 YX 對角元素者。(二十分)
- 三、設自變數 x 與應變數 y 之間有 $y_i = mx_i + b$ 且 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ 函數關係，今欲以最小二乘法加權方式估計該直線的斜率與截距。於執行線性迴歸任務時，允許每 y_i 有獨立且大小不同的隨機 v_i 誤差。試明列平差之際各向量與矩陣所有的元素。(二十分)
- 四、假設已知某隨機向量 $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ 及其聯合機率密度函數 $f(y)$ ，試定義該向量的協方差(Covariance)矩陣。再者，亦設已知線性變換 $n \times m$ 矩陣 T ，續定義變換後的協方差矩陣。(二十分)
- 五、運用最小二乘條件觀測平差法，列式並論述如何估計觀測殘差與如何得到後驗方差尺度。(二十分)