

國立中央大學 105 學年度碩士班考試入學試題

所別： 土木工程學系 碩士班 結構組(一般生)

共 1 頁 第 1 頁

科目： 工程數學

本科考試禁用計算器

*請在答案卷(卡)內作答

1. A undamped ($c=0$) system as shown in Fig.1, please conduct the mass displacement as $y(0) = y'(0) = 0$, and :

(1) the ω of force $r(t)$ is close to the system frequency $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ (10%)

(2) the ω of force $r(t)$ equals the system frequency ω_0 (10%)

2. Solve $y'' - 6y' + 8y = 0$, $y(0) = 1, y'(0) = 0$ by

(1) system O.D.E. method (Eigenvalue problem) (10%)

(2) using Laplace Transform (5%)

3. Solve $(1-x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$ by Power Series method (15%)

4) $A = [A_{ij}] = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = [B_{ij}] = e^A$ 皆為 2×2 的矩陣, 請算出 B 矩陣中的一個分量 B_{12} (15%)

5) 矩陣 $D = [D_{ij}] = \begin{bmatrix} (x_1)^3 & (x_2)^3 & (x_3)^3 \\ e^{x_2} & 0 & x_1 \\ x_3 & 1 & \ln(x_2) \end{bmatrix}$ 的散度為一個向量 $\vec{u} = \text{div } D$, 其分量式為 $u_i = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial D_{ij}}{\partial x_j}$ ($i=1,2,3$)

圓球體 B 的球面 S 的方程為 $(x_1)^2 + (x_2)^2 + (x_3)^2 = 1$, S 上的 unit outer normal (對外的單位法向量) 設為 \vec{n} . 球面上的積分 $\vec{I} = \iint_S D \vec{n} dA$ 可經由散度定理轉換成 $\vec{I} = \iiint_B \vec{u} dV$, 請算出向量 \vec{I} . (15%)

6) 向量場 $\vec{U} = u_1 \vec{i} + u_2 \vec{j} = (\frac{x_2}{x_1}) \vec{i} - x_1 x_2 \vec{j}$ 的梯度矩陣可表示成 $A = \nabla \vec{U}$, 其中 $\nabla = \frac{\partial}{\partial x_1} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial x_2} \vec{j}$. A 的分量式為 $[A_{ij}] = [\frac{\partial u_i}{\partial x_j}]$, A 的特徵值 (eigen-values) 在 (x_1, x_2) 平面上甲區域中為實數, 請找出甲區域. 另外, 在丙區域中 A 的 rank 為 2 ($\text{rank}(A) = 2$), 請找出丙區域. (20%)

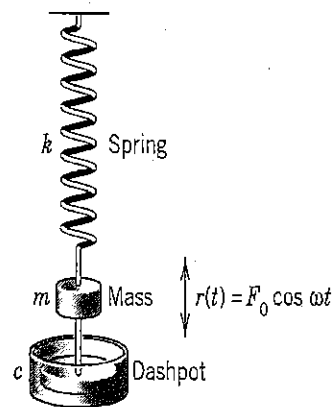


Fig. 1 Undamped ($c=0$) system