

所別：土木工程學系碩士班甲、丙組 科目：工程數學

1) 設  $\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x} dx$  代表  $f(x)$  的 Fourier Transform, 若  $f(x) = \frac{x}{x^2+a^2}$  ( $a > 0$ ), 請算出  $\hat{f}(\omega)$ . (15分)

2) 請寫出偏微分方程  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial u}{\partial y^2} = 0$  的特徵線方程。並請指出此方程是屬於那一種類型 (例如拋物型, 等等)。請分  $x > 0$  和  $x < 0$  兩種情況討論。 (20分)

3) 函數  $f(t)$  之 Laplace 轉換為  $F(s) = \ln(1 + \frac{\omega^2}{s^2})$ , 請求解  $f(t) = ?$  (15分)

4) 求解微分方程  $(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr})^2 \phi = 0$  之通解  $\phi(r) = ?$  (20分)

5) 將二次方程式  $5x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2xy + 2yz - 2xz = 1$  轉換成  $ax'^2 + by'^2 + cz'^2 = d$  的形式時,  $abc$  的乘積? (15分)

6) 有一曲線  $x = 3 \cos t$ ,  $y = 3 \sin t$ ,  $z = 4t$ , 則這一曲線的曲率半徑為何? (15分)

參考用