

所別：土木工程學系碩士班 甲組 科目：工程數學
丙組

1. (25%)

1) Show that $\{1, x, x^2+2x\}$ form a basis of $P_2[-1,1]$.

where $P_2[-1,1] = \{f(x) \mid f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2, \forall a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}, x \in [-1,1]\}$.

2) With an inner product defined by

$$(f, g) = \int_{-1}^1 (x+1) f(x)g(x) dx$$

construct an orthonormal basis for $P_2[-1,1]$, starting with the above basis.

2. (30%)

長度為 L 的簡支樑其位移 $u(x, y, t)$ 如附圖

所示。 $u(x, y, t)$ 滿足偏微分方程

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = p(x, t),$$

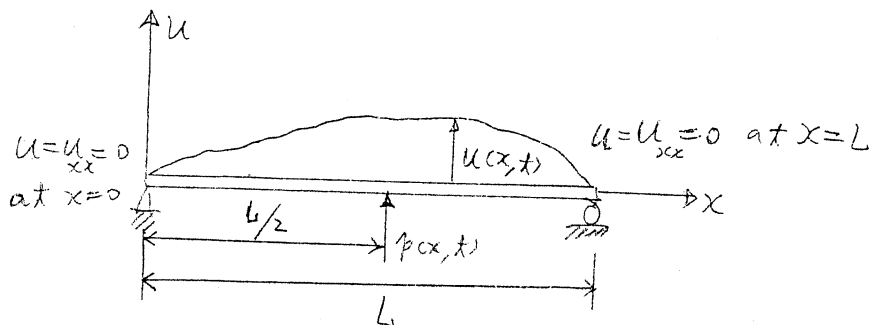
其中 E, I, m 皆為常數，而外力 $p(x, t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 5\delta(x - \frac{L}{2}), & t > 0 \end{cases}$

此處 δ 代表 Delta 函數。已知樑中央 ($x = \frac{L}{2}$) 處

的位移為

$$u(\frac{L}{2}, t) = \frac{L^3}{\pi^4 EI} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} g_n(t)$$

而且 $t \leq 0$ 時 $u(x, 0) = \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0$ ，請問 $g_n(t) = ?$



注意：背面有試題

所別：土木工程學系碩士班 甲組 科目：工程數學
丙組

3. (25%)

用 Fourier 轉換或其他方法求以下積分：

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega x} d\omega = ? \quad (-\infty < x < \infty)$$

上式中 $i = \sqrt{-1}$.

4. (20%) 若 $y'' + (\frac{2}{x} - 2)y' = (\frac{2}{x} - 1)y$, $x \neq 0$

試問 $y(x) = ?$

(須列出解題過程, 否則不予計分)