

國立中央大學100學年度碩士班考試入學試題卷

所別：機械工程學系碩士班 丁組(系統)(一般生)

科目：工程數學(含程式設計) 共 2 頁 第 1 頁

機械工程學系光機電工程碩士班 甲組(機電系統控制)(一般生)

科目：工程數學及程式設計

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

*請在試卷答案卷(卡)內作答

參考用

Ordinary Differential Equations

1. Find the general solution of the initial value problem

$$y'' + 6y' + 25y = 0; \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 3$$

Express the solution as a single function.

(10%)

2. Show that $y_1 = x$ and $y_2 = x^2$ are both linearly independent solutions of $x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$.

(5%)

3. Consider the boundary value problem

$$\frac{d}{dx} \left[p(x) \frac{dy_k}{dx} \right] + \lambda_k q(x) y_k = 0; \quad y_k(a) = y_k(b) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

where $p(x)$ and $q(x)$ satisfy the conditions stated above. Let the numbers λ_i and λ_j be the distinct eigenvalues of the given problem and corresponding solutions

y_i and y_j be eigenfunctions. Show that $\int_a^b q(x) y_i y_j dx = 0$.

(10%)

Laplace/Fourier Transformation

4. Find the Fourier transform of $f(t)$, $f(t) = \exp(-a|t|)$, $a > 0$.

(5%)

5. (a) Find the Laplace transform of $g(t)$, $g(t) = \sin t + \delta(t-1)$, where $\delta(t-1)$ is the unit impulse function.

(5%)

- (b) Using the Laplace transform, solve the initial value problem:

$$y'' + 3y' + 2y = 10g(t), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

(15%)

Linear Algebra and Vector Calculus

6. Write down the expression for calculating the length of the closed curve $r = a + b \sin \theta$ in the $r\theta$ plane, where $a > b > 0$ and $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

(5%)

7. Consider the linear system of equations $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, where

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ m \\ n \end{bmatrix}, \quad \text{and } m, n \text{ are real numbers.}$$

- (a) For what values of m and n will the system have solutions?

(5%)

- (b) Solve \mathbf{x} for the case of $m = 0$, $n = 3$.

(5%)

注意：背面有試題

國立中央大學100學年度碩士班考試入學試題卷

所別：機械工程學系碩士班 丁組(系統)(一般生)

科目：工程數學(含程式設計) 共 2 頁 第 2 頁

機械工程學系光機電工程碩士班 甲組(機電系統控制)(一般生)

科目：工程數學及程式設計

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

*請在試卷答案卷(卡)內作答

8. Consider the matrix $B = \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} & 0 \\ \sqrt{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(a) Find the eigenvalues. (5%)

(b) Compute B^{10} . (5%)

程式設計

9. 試寫一程式以執行下列判斷式 (5%)

$$f(x) = \begin{cases} 20x - 10 & 0 \leq x \leq 10 \\ 30x - 110 & 10 < x \leq 20 \\ 40x - 310 & x > 20 \end{cases}$$

程式中 x 給予定值($x=15$)即可，其結果儲存於變數 value 中，但若 x 值更動，程式編譯後即可計算新的結果。程式碼限定以 C、C++、Visual Basic 或 Fortran 撰寫，所有變數均以整數宣告，並註明使用的程式語言。

10. 階乘 $n!$ 的定義為 $n! = 1 * 2 * 3 * \dots * n$ ，試寫一程式可計算任何階乘，其中 $1 \leq n \leq 10$ ，程式中 n 宣告為定值($n=10$)即可，但若更動 n 數值，程式編譯後即可計算新的階乘。請寫出此一程式，並將結果儲存於變數 result 中。程式碼限定以 C、C++、Visual Basic 或 Fortran 撰寫，所有變數均以整數宣告，並註明使用的程式語言。 (10%)

11. 有兩陣列 A 與 B，其元素個數均為 500，請寫一程式碼將 A 的內容轉換到 B 中，其格式如下

$$B[i] = A[i-1] + B'[i], \text{ 若 } i-1 < 0, \text{ 則 } i-1 = 499$$

其中 i 為指標(0~499)，等號右側 B' 為 B 之原有內容，等號左側 B 代表新的內容。程式碼限定以 C、C++、Visual Basic 或 Fortran 撰寫，所有變數均需宣告，A 與 B 矩陣原有內容為實數，其數值無需考慮。 (10%)

參考用

注意：背面有試題