

國立中央大學 109 學年度碩士班考試入學試題

所別： 機械工程學系 碩士班 系統組(一般生)

共 2 頁 第 1 頁

科目： 工程數學(含程式設計) 計算題需計算過程，無計算過程者不予計分

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

*請在答案卷(卡)內作答

1. Solutions for ordinary differential equations (ODEs) (25%)

(a) Find the solution for the ODE $e^{3\theta} (dr + 3rd\theta) = 0$ (4 %)

(b) Find the solution for the ODE $y'' + 16y = 4 \sin t, y(0) = 0, y'(0) = 1$ (7 %)

(c) Find a basis of solutions by the Frobenius method of the following ODE:

$$x^2 y'' + x(2x-1)y' + (x+1)y = 0. \quad (8 \%)$$

(d) Find a general solution for the ODE of $x^3 y''' + 2x^2 y'' - xy' + y = -x^2$. (6 %)

2. Vector analysis and Linear algebra (25%)

(a) (每小題 5 分，共 10 分) Please solve the following linear systems:

(i)

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 130 \\ 60 \\ -240 \\ 50 \end{bmatrix}$$

(ii)

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 \\ 40 \\ 55 \\ 50 \end{bmatrix}$$

參考用

(b) (每小題 5 分，共 15 分) The stress at a given point can be evaluated by the following

matrix, $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & -12 \\ 0 & -12 & 1 \end{bmatrix}$, please calculate (i) the principal values, (ii) the

principal directions, (iii) the angles between the three principal direction and the coordinate axes, for the given stress state.

注意：背面有試題

國立中央大學 109 學年度碩士班考試入學試題

所別： 機械工程學系 碩士班 系統組(一般生)

共 2 頁 第 2 頁

科目： 工程數學(含程式設計)

本科考試可使用計算器，廠牌、功能不拘

*請在答案卷(卡)內作答

3. Laplace transform / Fourier analysis (25%)

(a) **Definition:** The Laplace transform of a function $f(t)$ is written as $\mathcal{L}(f)$.

(5%) Suppose that $\mathcal{L}(f)$ exists. Does $\mathcal{L}(f^t)$ exists? Explain the reasons within 40 words.

(b) **Definition:** Denote $\delta(t)$ as the Dirac's Delta function.

An ODE is written as $y'' + 4y' + 3y = \delta(t - 2)$

with initial conditions $y(0) = y'(0) = 0$.

(8%) Solve the ODE by Laplace transform.

(c) **Definition:** The Fourier series expansion of a function $f(t)$ is given by

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)], \omega_0 = \frac{2\pi}{T}.$$

A function $f(t) = 2 \cos^2(t), t \in R$ is expanded using Fourier series.

(i) (4%) What is the (fundamental) period T of $f(t)$?

(ii) (8%) Find the values of a_0, a_1, a_2, b_1 and b_2 .

4. Programming (25%)

(a) (10%) 假設有一個 Floor 函數，其傳入一個 X 正實數，會回傳一個不大於 X 的最大正整數。試撰寫一個函數 roundToHundredths(Value)，傳入一個 Value 正實數，會傳回 Value 的四捨五入至百分位(小數點後第二位)之值。請注意此函數需使用 Floor 函數，否則不給分。程式碼限定以 C、C++、Visual Basic 或 Fortran 撰寫，函數定義請遵照程式語言的定義，並請註明使用何種語言。

(b) (15%) 泡沫排序(Bubble Sort)，是一種簡單的排序演算法。它重複地走訪要排序的數列，一次比較兩個元素，如果它們的順序錯誤就把它們交換過來。重複地走訪數列直到沒有再需要交換，該數列也就排序完成。上述過程好像泡沫從水底往上竄昇一樣，因而稱之為泡沫排序。請根據上述準則，試撰寫一泡沫排序程式，可以把一個具有 100 元素的整數數列，從小而大排序。程式碼限定以 C、C++、Visual Basic 或 Fortran 撰寫，所有變數均以整數宣告，並請註明使用的程式語言。

參考用

注意:背面有試題