

所別：環境工程研究所碩士班 甲組(一般生) 科目：工程數學 共 1 頁 第 1 頁
 環境工程研究所碩士班 乙組(一般生)

本科考試禁用計算器

*請在試卷答案卷(卡)內作答

參考用

1) 設 $u(x)$ 滿足方程 $u(x) + (1+2x) \int_{t=0}^{t=x} u(t) dt = e^{-x^2}$, $x \geq 0$, 請計算 $\int_{t=0}^{t=1} u(t) dt$ 。
 (25%)

2) 考慮方程 $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x} \cos^2 \theta$, 其中 $\theta = ye^x$, 設初始條件為 $y(0) = 0$, 請求出 $y(x)$ 。
 (25%)

3) 設

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 5 & 9 & 1 \\ 3 & -2 & -1 & -6 & 2 \end{bmatrix}$$

為一個 5×5 的矩陣, 請求出此矩陣的 $\text{rank}(A)$ 。

(提示: $\text{rank}(A) = \text{maximum number of linearly independent row vectors of } A$)

(25%)

4) 考慮一個圓柱體

$$D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4, -1 \leq z \leq 1\},$$

設 S 代表圓柱體的表面, S 包含一個圓柱面及上下各一個圓形平面。設向量

場 $\vec{F} = x \tan(z) \vec{i} + y x^2 \vec{j} + z y^2 \vec{k}$, 請計算 surface integral $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dA$,

其中的 \vec{n} 代表 S 上的 outer unit normal vector。
 (25%)

