

國立中央大學 113 學年度碩士班考試入學試題

所別： 大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(一般生)
大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(在職生)

第 1 頁 / 共 2 頁

科目： 流體力學

*本科考試禁用計算器

問答題

1. (1) 寫出渦度與環流量的數學表示式與物理意義。(5%)
- (2) 渦度與環流量兩者之間有什麼關係? 請以 Stokes Theorem 說明, 並說明其限制條件。(5%)
- (3) 由運動方程式導出環流量變化的方程式

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \oint \vec{V} \cdot d\vec{\ell} = - \oint \frac{dp}{\rho}$$

說明其假設以及控制環流量變化之物理機制。(5%)

- (4) 什麼是 Kelvin Circulation Theorem? (5%)

2. (1) 說明 $\vec{V} = \nabla\phi$ 代表位勢流(potential flow)或是無旋流(irrotational flow); 而 $\vec{V} =$

$\hat{k} \times \nabla\phi$ 代表無輻散流(non-divergent flow), 下列為直角座標與極座標之速度分量與速度位和流函數間的關係,

$$u = \frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{\partial\phi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial\phi}{\partial y} = -\frac{\partial\phi}{\partial x};$$

$$V_r = \frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial\theta} = \frac{\partial\phi}{\partial r}, \quad V_\theta = -\frac{\partial\phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial\theta}. \quad (10\%)$$

- (2) 證明無旋又無輻散的流場會滿足下列關係:(5%)

$$\nabla^2\phi = 0 \qquad \nabla^2\phi = 0$$

- (3) 說明如何利用速度位 ϕ 及流函數 ψ 的分布來判斷風向和風速大小, 並證明兩者的等值線會互相垂直。(5%)

3. 就二維(r 及 θ 座標)的自由渦旋(free vortex)而言, 其速度位分可以表示為 $v_r = 0,$

$$v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi}, \Gamma = \text{const}, \text{ 試證明其流函數(stream function)與速度位(velocity potential)}$$

$$\text{分別為 } \phi = \frac{\Gamma}{2\pi} \theta, \quad \psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \ln r. \quad (10\%)$$

注意:背面有試題

所別： 大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(一般生)
大氣科學學系大氣物理 碩士班 不分組(在職生)

科目： 流體力學

*本科考試禁用計算器

4. 就二維的點源而言，其速度分可以表示為：

$$v_{\theta} = 0$$

$$v_r = \frac{Q}{2\pi r}$$

$$r = \text{const}, Q > 0$$

求出其速度位 ϕ 及流函數 ψ 的分佈，並繪出其圖形。(15%)

5. Navier-Stokes Equation

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = \frac{1}{\rho} \nabla P + \bar{g} + \nu \nabla^2 \bar{u} + \frac{\nu}{3} \nabla(\nabla \cdot \bar{u})$$

(1) 利用指標符號改寫此方程式？ (5%)

(2) 何謂平行流？以只有 u 分量之平行流為例，求出運動方程式之三個分量式，並證明平行流為數學上可解之物理問題。(10%)



(3) 如圖兩平行平板間充滿流體，如果下面之平板以 U 之速度移動，上面平板靜止，而且有一恆穩壓力梯度 $\frac{\partial P}{\partial x} = -Q$ 存在，其中 $Q > 0$ ，試導出兩平板間流體速度分布之方程式，並繪出平板間速度分布圖？ (10%)

6. 2024 年 1 月 22 日至 25 日之間全台灣各地的溫度都出現極低溫之現象，許多山上甚至下雪，利用流體力學說明影響台灣各地溫度變化的物理過程以及山上容易下雪的原因。(10%)

注意：背面有試題