

國立中央大學97學年度碩士班考試入學試題卷

所別：地球物理研究所碩士班 一般生 科目：微積分 共二頁 第一頁
學位在職生

*請在試卷答案卷(卡)內作答

作答時須列出完整計算過程

1. (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2x}{x^3} = ?$ (5%) (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right] = ?$ (5%)

2. (a) $\frac{d^2}{d\theta^2} \cos^{-1} \theta = ?$ (5%) (b) $y = x^x, \frac{dy}{dx} = ?$ (5%)

3. (a) $\int_0^1 \frac{3t^2}{(1+t^3)^2} dt = ?$ (5%) (b) $\int x^3 \cos x dx = ?$ (5%)

4. (a) 證明內接於半徑為 a 之圓內的所有矩形中，最大面積者為正方形。(5%)

(b) 求內接於半徑為 a 之球內的所有正圓錐體中，最大體積者之高度與球半徑之關係。(5%)

5. (a) 求以 $(0, 1, 2), (3, 4, 5), (-1, -1, 0)$ 為頂點之三角形面積及通過此三點之平面方程式。(5%)

(b) Find the equation of the plane tangent to the graph of

$$f(x, y) = \frac{(x^2 + y^2)}{xy} \text{ at } (x_0, y_0) = (1, 2) \text{ . (5\%)}$$

6. 以泰勒級數將 $\frac{1}{(1+x^2+x^4)}$ 在 $x_0 = 1$ 處，展開至 $(x-x_0)^3$ 項。(10%)

參考用

注意：背面有試題

國立中央大學97學年度碩士班考試入學試題卷

所別：地球物理研究所碩士班 一般生 科目：微積分 共二頁 第二頁

學位：在職生

*請在試卷答案卷(卡)內作答

7. Find the length of the curve $y = \sqrt{1-x^2}$ for x in $[-1, 1]$. (10%)
8. Find the center of mass of the hemispherical region W defined by the inequalities $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $z \geq 0$. (Assume constant density). (10%)
9. Let C be the boundary of the rectangle with sides $x=1$, $y=2$, $x=3$, and $y=3$. Evaluate the integral $\int_C (xy^2 - y^3)dx + (-5x^2 + y^3)dy$ in counterclockwise sense. (10%)
10. (a) $\int_{-L}^L \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} dx = ?$ (m, n 為整數) (5%)
- (b) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = ?$ (5%)

注意：背面有試題