

國立中央大學104學年度碩士班考試入學試題

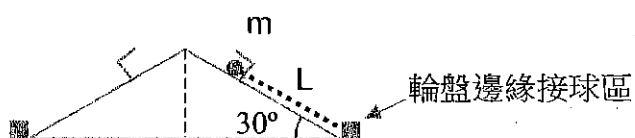
所別：大氣科學學系大氣物理碩士班 不分組(一般生) 科目：普通物理 共 3 頁 第 1 頁
大氣科學學系大氣物理碩士班 不分組(在職生)
太空科學研究所碩士班 不分組(一般生)
太空科學研究所碩士班 不分組(在職生)

本科考試禁用計算器

*請在答案卷(卡)內作答

1. (total 25 points)

考慮一圓錐狀的無摩擦輪盤 (Roulette) 面，其垂直剖面如圖一所示。一個質量為 m 的小球，由距離圓錐邊緣 L 的位置下滑。如果輪盤面上，等分角度，劃分了 36 個扇形區域，到了輪盤邊緣，也同步設立了 36 個小方格，並貼上高摩擦絨布，以承接滑落下來的小球，讓它減速停止。如果此 36 個小方格中，依序以逆時針方向標示了 1~36 個號碼。玩此輪盤遊戲的人，在莊家告知轉盤轉速後兩秒鐘內，要決定小球該由哪一個數字上方 L 處滑落，並可以獲得小球落入小格之數字 100 倍的新台幣。小明決定挑戰這個遊戲。假設地球的重力加速度為 9.8m/s^2 ，小球質量 $m=1.96$ 克，且小球是由距離邊緣 $L=98\text{cm}$ 處開始滑落。



圖一、輪盤垂直剖面圖，小球質量 m 自距離輪盤邊緣 L (虛線長度) 處滑下。

(a) 12 points

若莊家宣告輪盤轉速為 2 秒鐘一轉，以逆時針方向旋轉。請幫小明估算一下，小明應該選擇自哪一個數字上方，滑落小球，才能獲得最多彩金？請寫出估算的過程與理由說明。(若沒有估算的說明，即使答案對了，最多也只給兩分)

(b) 3 points

當莊家宣告輪盤轉速為一秒鐘 n 轉 ($n > 0$) 時，小明應該選擇自數字 36 上方滑落小球，以獲得最高彩金。請問 n 最小為多少？

(c) 10 points

如果在輪盤上方高處 (天花板) 加裝一個與轉盤同步旋轉的攝影機。若將室內改為暗房，只有小球在發光。若轉盤轉速分別依照 (a), (b) 兩小題中的轉盤轉速旋轉，請分別描繪出「攝影機所拍攝到的小球運動的水平面投影軌跡圖」，並請說明此軌跡圖中影像的加速情形。

如果將輪盤上方高處的攝影機改為靜止不動，不隨轉盤旋轉。則攝影機所拍攝到的小球運動又是呈現何種水平面投影的軌跡圖？

注意：背面有試題

所別：大氣科學學系大氣物理碩士班 不分組(一般生) 科目：普通物理 共 3 頁 第 2 頁
大氣科學學系大氣物理碩士班 不分組(在職生)
太空科學研究所碩士班 不分組(一般生)
太空科學研究所碩士班 不分組(在職生)

本科考試禁用計算器

*請在答案卷(卡)內作答



2. (total 15 points)

一個單擺 (simple pendulum)，擺長為 L ，下面掛了一個小球，質量為 M ，半徑 r 。假設擺繩的總質量為 m ，且 $m \ll M$ ，因此可忽略不計擺繩的質量。假設地表重力加速度大小為 g ，地球半徑為 R 。讓單擺以非常小的角度，進行擺動。

(a) 7 points

若 $r \ll L \ll R$ ，請計算此單擺的擺動週期。(若沒有推導，只寫答案，即使答案對了，最多也只給兩分)

(b) 6 points

若 $r \ll R \ll L$ ，請計算此單擺的擺動週期。(若沒有推導，只寫答案，即使答案對了，最多也只給兩分)

(c) 2 points

若將 (a) 小題中的單擺放入一個正在減速下降的電梯中。若此時電梯的負加速度大小為 a ，請估算此時單擺的週期。

3. (total 35 points)

(a) 10 points

已知一電磁波朝 $+y$ 方向傳播，若觀測到電磁波中的電場大小為 10 V/m 方向沿著 $+x$ 方向，請問此時電磁波中的磁場大小與方向各為何？

(b) 5 points

請問一個 10 MeV (10 百萬電子伏特) 的質子的「動量」(momentum) 與「速度」大小各為何？

(c) 10 points

請問一個 10 MeV 的電子的「動量」(momentum) 與「速度」大小各為何？

(d) 10 points

一條與地面平行，東西向的長直導線，長度為 $L = 10 \text{ km}$ ，與地表相距的距離為 $r = 8 \text{ m}$ 。若導線中通有自西向東的直流電電流 $I = 30 \text{ A}$ 。假設地面為一個良導體，且背景地磁場方向沿正北方向，強度為 0.5 Gauss 。請問通電後，在此長直導線中段，距離此長直導線正下方 $r/2 = 4 \text{ m}$ 處，所測得的磁場大小與方向為何？

注意：背面有試題

國立中央大學104學年度碩士班考試入學試題

所別：大氣科學學系大氣物理碩士班 不分組(一般生) 科目：普通物理 共 3 頁 第 3 頁
大氣科學學系大氣物理碩士班 不分組(在職生)
太空科學研究所碩士班 不分組(一般生)
太空科學研究所碩士班 不分組(在職生)

本科考試禁用計算器

*請在答案卷(卡)內作答

4. total 25 points

考慮一個質量為 M ，半徑為 R ，的球狀行星，與它的恆星相距距離為 $D = 10000R$ 。假設此行星內部密度均勻。若此行星自轉週期為 T ，公轉週期為 $300T$ ，且自轉軸與公轉軸大致平行。受到潮汐力的作用，此行星自轉速度會遞減，直到自轉週期與公轉週期相同為止。

(a) 10 points

請計算此行星目前自轉與公轉所對應的轉動慣量 (moment of inertia) 各是多少。(若沒有推導，只寫答案，即使答案對了，最多也只給兩分)

(a) 15 points

請「估算」當此行星的自轉週期與公轉週期相同時，此行星與它的恆星相距距離大約為多少個行星半徑 R ？屆時此行星的公轉週期又是多少倍的 T ？(其中， T 為目前行星與恆星相距 $10000R$ 時的自轉週期。解答時，請註明所列方程組是根據何種物理定律。只要列出正確求解的方程組，即使沒有完全解出來，也會斟酌給分)

我們假設以下物理常數的大約數值為：

地表重力加速度大小 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

萬有引力常數 (gravitational constant) $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot (\text{m/kg})^2$

普朗克常數 (Planck constant) $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

光速 (speed of light) $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

單位電荷帶電量 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

質子質量 $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

電子質量 $m_e = 0.91 \times 10^{-30} \text{ kg}$

真空磁導率 (permeability of free space) $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

1 Gauss = $10^5 \text{ nT} = 1 \times 10^{-4} \text{ Tesla}$