

# 國立中央大學 111 學年度碩士班考試入學試題

所別：應用地質研究所 碩士班 不分組(一般生)  
應用地質研究所 碩士班 不分組(在職生)

共  頁 第  頁

科目：微積分

## 本試題為計算題

(請詳列計算過程，無計算過程者不予計分)

1. 求  $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3x + 5$  中，斜率為零的所有點座標。(10分)
2. 若  $x^2 + xy - y^2 = 5$ ，求在點  $(3, -1)$  處之  $dy/dx$  與  $d^2y/dx^2$ 。(10分)
3. 若空間中一曲面方程式為  $x^2 + y^2 + z^2 = 22$ ，求在點  $(2, -3, 3)$  處的切面方程式。  
(10分)
4. 一地下水粒子初始在零點不動，若美濃地震引起該地下水粒子產生東西向加速度震盪，其在地震期間 (0~5 秒) 之加速度歷線可用函數  $a(t) = 6t^3 - 4t^2 + t$  描述(東方為正)，其中  $t$  為時間(秒)， $a(t)$  為加速度函數(公分/平方秒)。
  - (1) 試計算地震後地下水粒子的位置。(10分)
  - (2) 假設地震能量密度  $e$  定義為  $e = \int_0^{t_0} v(t)^2 dt$ ， $t_0$  為地震結束時間， $v(t)$  為地震速度，試計算該地下水粒子受到美濃地震的地震能量密度值。(10分)
5. 曲線  $y = x^2 + 1$  在  $x$  軸與  $x = -3$  和  $x = 3$  區間形成之圖形，相對於  $x$  軸旋轉，試計算該形成圖形之體積。(提示： $V = \pi \int_a^b y^2 dx$ ) (10分)
6. 求下列微分
  - (1)  $f(x) = (1 + 2x)(2x + x^2)$  (10分)
  - (2)  $f(x) = \cos^3(2x) \cdot \sin(2x)$  (10分)
7. 求下列積分
  - (1)  $\int \frac{2x^4}{(1+2x)^3} dx$  (10分)
  - (2)  $\int \cot^{-1} 2x dx$  (10分)