

國立中央大學八十四學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：資訊管理研究所 丙組 科目：微積分

共 / 頁 第 / 頁

1. (a). 令 $f(x, y, z) = F(g(x, y, z))$, 試求 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ 之公式. (10%)
- (b). 設方程式 $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = x \tan^{-1} \frac{y}{x}$, 視 y 為 x 之函數, 求 $\frac{dy}{dx}$. (10%)
2. (a). 試求使廣義積分 (improper integral) $\int_0^1 x^a dx$ 存在的 a 值. (10%)
- (b). 試求 $\iint_D xy dx dy$, 式中 $D = \{(x, y) \mid x \leq y, y \leq 4x, xy \leq 4\}$. (10%)
3. 試決定級數 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}}{n+1}$ 的收斂性. (10%)
4. 試求函數 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20$ 的鞍點, 和產生極值的點及其對應之極值. (10%)
5. 設函數 $y = 5 + 0.06x + 0.02\sqrt{x}$. 若 $x = 25$, 其最大誤差為 0.3 試求 x 的誤差對於 y 值的影響有多大? (10%)
6. (a) 試求 $f(x, y) = e^x \sin y$, 在 $(1, \frac{\pi}{2})$ 點的梯度 (gradient), 並求 $f(x, y)$ 在點 $(1, \frac{\pi}{2})$, 方向 $\vec{v} = (-1, 0)$ 的方向導數.
- (b) 試說明梯度與方向導數所代表的意義. (15%)
7. 設 $f_n(x) = \int_0^{\infty} x^{2n+1} e^{-x^2} dx$, $x > 0$ 和 $n \geq 0$
- (a) 試求出滿足 $f_{n+1}(x) = A f_n(x)$ 和 $f_{n+1}(x) = B f_n'(x)$ 之 A 和 B .
- (b) 試求 $f_0(x)$ 和 $f_n(x)$, $n > 0$. (15%)