

國立中央大學八十五學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 資訊管理研究所

丙組

科目: 微積分

共 / 頁 第 / 頁

1. 簡答題: (每題五分) (30%)

(a) 求出 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{b}{x}}$

(b) 求出 $\frac{d}{dx}(x^x)$, $x > 0$

(c) 求出 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x}{e^{2x}}$

(d) 求出 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n-6}$

(e) 求出 $\int_1^1 \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} dx$

(f) 求出函數 $f(x) = \cos x - \sin x$ 定義於區間 $[0, \pi]$ 之極大值及極小值。



2. 試求兩圓 $x^2+y^2-4x=1$ 與 $x^2+y^2-2y=9$ 之交角。(10%)

3. 試求 $y=x^2$ 在兩點 $(0,0)$ 及 $(\sqrt{6}, 6)$ 間之部份, 繞 y 軸旋轉所成旋轉曲面之面積。(10%)

4. 一個立方體, 長、寬、高分別以每秒 2 公分、3 公分、4 公分的速率增加, 當其長、寬、高, 分別為 12 公分、16 公分、20 公分時, 求其體積增加的速率。(12%)

5. 試求出冪級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n} (x-2)^n$ 的收斂區間。(12%)

6. 試求 $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$ 產生極值的點, 並判斷其性質。(12%)

7. 試求在圓 $r = \sqrt{3} \sin \theta$ 之內且在心臟線 $r = 1 + \cos \theta$ 之外所圍成區域的面積。(14%)