

國立中央大學八十六學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 資訊管理研究所 丙組 科目: 微積分 共 / 頁 第 / 頁

一、在自由競爭的市場，消費者剩餘(consumer's surplus, CS) 定義為 $CS = \int_{y_0}^M f^{-1}(y) dy$, 生產者剩餘(producer's surplus, PS) 定義為 $PS = \int_B^{y_0} g^{-1}(y) dy$, 式中 $y = f(x)$ 為需求曲線, $y = g(x)$ 為供給曲線, M, B 各為需求曲線供給曲線與 y 軸的交點, (x_0, y_0) 為供給曲線與需求曲線之均衡點。

$$\text{若 } y = f(x) = 16 - x^2, \quad y = g(x) = 3x^2 - 6x + 12$$

1. 試求均衡點，並求消費者剩餘。(12%)

2. 試求生產者剩餘。(8%)

二、欲製作一無蓋之長方體盒子，若製作底部之材料費每平方公寸 4 元，製作直立部份兩邊的材料費每平方公寸 3 元，另兩邊材料費每平方公寸 2 元。設若每個長方體盒子之工資費為 10 元。試問要求盒子體積為 12 立方公寸時，應取長、寬、高各多少方能使成本最小。(15%)

三、計算題:

1. 設 D 為由 $x - 2y + 8 = 0$ 與 $x^2 = 8y$ 所圍成，試求 D 之面積。(8%)

2. 試求 $\sin \frac{180^\circ}{\pi}$ 之近似值至小數第三位。(7%)

四、Let $f(x) = \begin{cases} x \sin(\frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ $g(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

(a). Show that f and g are both continuous at 0. (5%)

(b). Show that f is not differentiable at 0. (5%)

(c). Show that g is differentiable at 0 and give $g'(0)$. (5%)

五、Find $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}} dx$ (10%)

六、 z is defined implicitly as a differentiable function of x and y by the given equation

$$\cos xyz + \ln(x^2 + y^2 + z^2) = 0. \quad \text{Find } \frac{\partial z}{\partial x} \quad (10\%)$$

七、Let $f(x) = x e^x$

(a). Find a power series representation of f in powers of x . (7%)

(b). Show that $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!(n+2)} = \frac{1}{2}$ (8%)