

# 國立中央大學八十七學年度碩士班研究生入學試題卷

所別: 資訊管理研究所 丙組 科目:

微積分

共 1 頁 第 1 頁

一、試求以下各式之  $f'(x)$

1.  $f(x + 1/x) = x^2 + 1/x^2$

2.  $f(1/x) = x + \sqrt{1+x^2}$  (10%)

二、1. 求  $\int \sqrt{4+\sqrt{x}} dx$

2. 求  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+4}\sqrt{x}}$  (10%)

三、向寬為  $a$  米的河流修建一寬為  $b$  米的運河，二者成直角相交，問能駛進這運河的船，其最大長度為何？(10%)

四、兩船各以一定的速度  $u$  和  $v$  沿直線前進，二者前進方向所成的角為  $\theta$ ，若於某時刻他們與其路線交點之距離分別為  $a$  和  $b$ ，求二船的最小距離。(10%)

五、矩形的邊長等於

$$x = 2.50 \text{ mm} \pm 0.01 \text{ mm}$$

$$y = 4.00 \text{ mm} \pm 0.02 \text{ mm}$$

試問矩形的面積  $S$  界於甚麼範圍內？設其邊長取平均值時，矩形面積的絕對誤差 ( $\Delta$ ) 和相對誤差 ( $\delta$ ) 各為何？(10%)

六、若  $F(u,v) = \tan^{-1}(u,v)$ ,  $u = \sqrt{xy}$ ,  $v = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ , 求  $\frac{\partial F}{\partial x}$ 。(10%)

七、求出並化簡曲面  $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = a$  在  $(4,9,16)$  處的切平面方程式。(10%)

八、求級數  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-4)^n}{n+1}$  的收斂集合。(10%)

九、令函數  $\Gamma(r) = \int_0^{\infty} x^{r-1} e^{-x} dx$  ( $r > 0$ )

(a). 證明  $\Gamma(r+1) = r \Gamma(r)$

(b). 求  $\int_0^{\infty} t^n \lambda e^{-\lambda t} dt$  (10%)

十、若  $k \geq 0$ , 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^k + 2^k + \dots + n^k}{n^{k+1}}$  (10%)