

國立中央大學97學年度碩士班考試入學試題卷

所別：統計研究所碩士班 一般生 科目：數理統計 共 2 頁 第 1 頁

*請在試卷答案卷(卡)內作答

學位在職生

參考用

1. (25%) 以下敘述何者正確(單、複選皆有可能,全對才有分)

a) (5%) 有4位同學待在教室裡,他們的年齡分別是23歲、24歲、24歲和25歲。若現在有一位24歲的同學進去這個教室,以下敘述何者正確:

- (1) 平均年齡不變,但是標準差變小;
- (2) 平均年齡不變,但是標準差變大;
- (3) 平均年齡和變異數皆維持不變;
- (4) 平均年齡和變異數皆變大。

b) (5%) 下列有關敘述統計及相關係數的說法何者正確?

- (1) 當衡量單位改變時,標準差也會跟著改變;
- (2) 所有的分布形狀都是對稱的;
- (3) 中位數受極端值的影響程度比平均數大;
- (4) 直方圖是利用圖形方式來呈現資料分布的情形;
- (5) 相關係數可以度量 X 和 Y 之間的線性關係;
- (6) 相關係數的大小會受極端值影響;
- (7) 當 X 和 Y 的變動之間有正向關係時相關係數是正數;
- (8) 當 X 和 Y 之間的相關性很小時,相關係數會非常靠近-1。

c) (5%) 一項研究中,想了解看電視時數與隔天統計考試成績之間的關係,從某學校隨機選取8位大三學生,在某天調查他們看電視時數和隔天統計考試的成績,列表如下:

看電視時數(小時)	10	7	2	1	7	4	3	10
統計成績	30	68	100	54	92	83	68	100

利用上列資料計算出二者之間的相關係數為-0.1044。假設現在將看電視時數的單位由小時改為分鐘(1小時=60分鐘),你認為會如何影響相關係數?

- (1) 相關係數會比-0.1044大;
- (2) 相關係數會比-0.1044小;
- (3) 相關係數大小不變;
- (4) 無法從題目中得知。

若張三告訴某位老師這8位學生看電視時數的標準差 $s = -3.5$,這位老師想了一下,然後跟他說這是錯的,你認為這位老師為什麼會這樣說?因為標準差 s :

- (1) 不是在原來的單位上計算;
- (2) 不可能是負數;
- (3) 不可能大於1;
- (4) 似乎太小了;
- (5) 不是研究者需要關心的事情。

d) (10%) 有一個簡易模型描述某公司股票價格每天變動的情形,每天股價上升1元的機率是 p ,股價下跌1元的機率是 $1-p$ 。假設不同日之間的股價變動是獨立的。請問以下敘述何者是對的:

- (1) 兩天後股價仍維持原來價格的機率為 $2p(1-p)$ 。
- (2) 三天後股價上升到1元的機率為 $3p^2(1-p)$ 。
- (3) 三天後股價上升到1元的機率為 $4p^3(1-p)$ 。
- (4) 已知三天後股價會上升到1元,則在第一天上升1元的機率為 $\frac{3}{4}$ 。
- (5) 已知三天後股價會上升到1元,則在第一天上升1元的機率為 $\frac{2}{3}$ 。

注意:背面有試題

國立中央大學97學年度碩士班考試入學試題卷

所別：統計研究所碩士班 一般生 科目：數理統計 共 2 頁 第 2 頁

學位在職生

*請在試卷答案卷(卡)內作答

2. (10%) 連續拋一枚公正硬幣，直到連續兩次為正面為止的事件發生在第2-6次的情況如下：

我們用 H 表示硬幣的正面，而用 T 表示硬幣的反面，從下表可以看出：事件發生在第 n 次的所有可能的種類為：

n	可能的序列	序列的數目
2	HH	1
3	TTHH	1
4	HTHH, TTHH	2
5	THTHH, HTTHH, TTTTHH	3
6	HTHTHH, TTHTHH, THTTTHH, HTTTTHH, TTTTTHH	5
...

- 1) (2%) 試求 $n = 5$ 的發生機率；
- 2) (2%) 試求 $n = 8$ 的情況數目；
- 3) (3%) 令連續拋一枚硬幣，直到連出兩次正面為止的事件發生在第 n 次拋擲所有可能的方式數為 u_{n-1} 。找出數列 u_{n-1} 的遞迴關係；
- 4) (3%) 定義數列 $\{r_n\}$ 如下：

$$r_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

假設 $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n = L$ ，試求 L 之值。

3. (10%) Let Y_1, Y_2, \dots, Y_n denote a random sample from $U(0, 1)$. What is the distribution of the range $R = Y_{(n)} - Y_{(1)}$, where $Y_{(i)}$ denotes the i^{th} order statistic of the sample.
4. (15%) Let X_1, X_2, \dots, X_n be a random sample from a $N(\mu, \sigma^2)$ population, where μ and σ^2 are unknown parameters, and let $\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i/n$ and $S^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2/(n-1)$. Write down the distribution of each of the following random quantity and identify if it is a statistic?
(A) \bar{X} (B) $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)/S$ (C) $X_1 + X_n$ (D) $(X_1 - \mu)^2/(X_2 - \mu)^2$ (E) $n(\bar{X} - \mu)^2/\sigma^2$
5. (10%) Let X_1, X_2, \dots, X_n be i.i.d. Bernoulli random variables with parameter p . Find the maximum likelihood estimator (MLE) of p . (Make sure it is a maximum.)

參
考
用

6. (15%) Let X_1, X_2, \dots, X_5 denote the capacities (in ampere-hours) of 5 batteries sampled from a normal population with $\sum_{i=1}^5 x_i = 718$ and $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 103236$.
a) Estimate the population variance σ^2 .
b) Give a 95% two-sided confidence interval for σ^2 .
7. (15%) Let X_1, \dots, X_n be a sample from the exponential distribution with density $f(x|\theta) = \theta \exp\{-\theta x\}I(x > 0)$ and Y_1, \dots, Y_n be an independent sample from $f(y|\mu) = \mu \exp\{-\mu y\}I(y > 0)$, where $I(\cdot)$ denotes the indicator function. Find the likelihood ratio test and its asymptotic distribution for testing $H_0: \mu = 2\theta$.

注：背面有試題