

國立中央大學八十六學年度碩士班研究生入學試題卷

所別：光電科學研究所 不分組 科目：

應用數學

共 / 頁 第 / 頁

1. (10%) 利用 Taylor 展開式求證

$$\ln 5 = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^{2n}}{n}$$

2. (10%) 求二圓柱 $x^2 + y^2 = b^2$, $x^2 + z^2 = b^2$ 之共同體積。

3. (10%) 求 $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ 之特徵值及特徵向量。

4. (10%) 求 $\oint_c \frac{\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)} dz$, $c: |z|=3$ 。

5. (10%) 令 $\vec{a} = \frac{\vec{r}}{r}$, 且 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 求 $\nabla(\nabla \cdot \vec{a})$ 。

6. (12%) 求解 $y'' - 3y' + 2y = \frac{-e^{2x}}{e^x - 2}$ 。

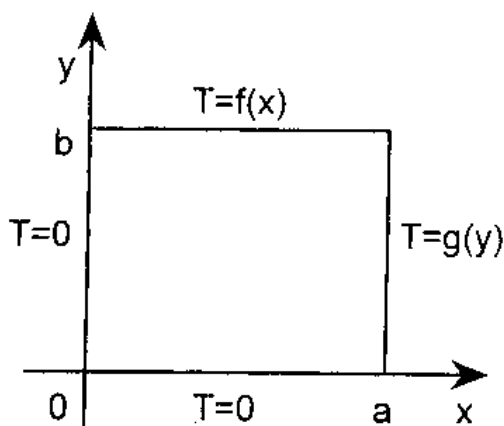
7. (12%) 當 $x > 0$ 時, $f(x) = e^{-kx}$ 且 $f(-x) = f(x)$, 求 $f(x)$ 之 Fourier 積分。

8. (12%) $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$, 其邊界條件如圖(a)所示, 求其解。

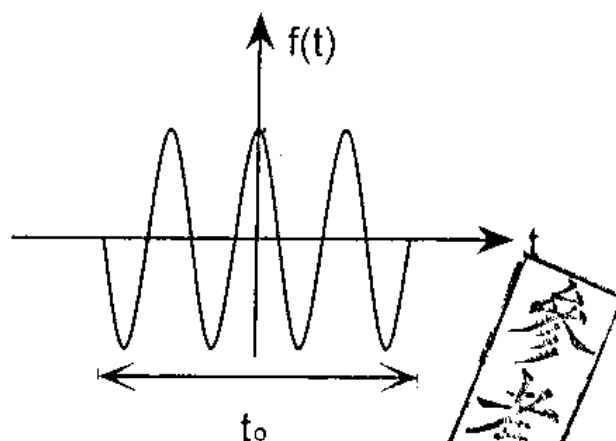
9. (14%) 如圖(b)所示, 令 $F(\omega)$ 為 $f(t)$ 之 Fourier 轉換且 $\omega = \frac{2\pi}{\text{週期}}$, 求

(1) $F(\omega)$

(2) $|F(\omega)|^2 = 0$ 之條件為何?



圖(a)



圖(b)