

國立中央大學八十七學年度轉學生入學試題卷

理工學院 二年級

科目：微積分

共一頁 第一頁

(共十題每題 10 分)

(1). 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n+1) \cos \frac{n\pi}{2n+3}$ 之值.

(2). 計算定積分 $\int_1^2 (\log 3x^2) \ln x dx$ 之值.

(3). 求不定積分 $\int \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{\sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt{1+x}} dx$.

(4). 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3n+1} + \frac{1}{3n+2} + \frac{1}{3n+3} + \dots + \frac{1}{3n+(2n-1)} + \frac{1}{3n+2n} \right)$ 之值.

(5). 設 $p(x)$ 是個六次多項式, 且 $p(5) = 7, p'(4) = 1, p''(5) = 2,$
 $p'''(4) = 6, p^{(4)}(5) = 72, p^{(6)}(5) = -1440$. 求 $p(4) + p(6)$ 之值.

(6). 求 $f(x) = x^5 - 10x^3 + 20x^2 - 15x + 7$ 的極大值和極小值.

(7). 求 $f(x, y) = yx^2 - 2xy + y^3$ 的極大值和極小值.

(8). 上午 11 時, 甲船在 A 港北方 3 公里處以每小時 7 公里速度向東航行, 乙船在 A 港東方 4 公里處以每小時 5 公里速度向東航行. 求該時刻甲乙兩船距離變動情形.

(9). 設 $a(t)$ 在 $[\pi, 4\pi]$ 有連續導函數 $a'(t)$ 且 $a(t) \neq 0$. 對 $t \in [\pi, 4\pi]$ 令 $\Gamma(t) = (a(t) \cos t, a(t) \sin t)$. 求線積分 $\int_{\Gamma} \frac{-y}{x^2+y^2} dx + \frac{x}{x^2+y^2} dy$ 之值.

(10). 設 $a > 0, b < 0, c > 0$. 求由 $x=0, y=0, z=0$ 及 $x/a + y/b + z/c = 1$ 四平面所圍區域的體積.