

# 國立中央大學八十六學年度轉學生入學試題卷

科目:

微積分

共兩頁 第壹頁

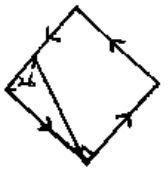
資訊管理學系 經濟學系 轉學考微積分試題 (管理學院)

一、填空: 每格 5 分 共 50 分

1. 電冰箱內冷藏食物的溫度  $T$  隨時間  $t$  而變化, 若  $T = 10 \left( \frac{4t^2 + 16t + 25}{t^2 + 4t + 10} \right)$ , 當  $t = 8$  時溫度  $T$  對於時間  $t$  的瞬間變化比率 (或簡稱變化比率) 為 (1)。


2. 在製造的過程中投資了勞力和資本, 設  $x$  表示若干勞力單位,  $y$  表示資本若  $x$  和  $y$  之間滿足  $100x^{0.75}y^{0.25} = K$ , 則當  $x = 1500$  且  $y = 1000$  時,  $y$  對於  $x$  的變化比率為 (2)。

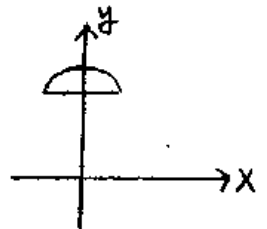
3. 棒球場內野四個壘包形成正方形, 壘包與壘包之間距離 90 英尺, 跑者由二壘往三壘跑, 在離三壘壘包前 26 英尺時跑者的速率為 30 英尺/秒, 此時跑者與本壘間距離的變化比率為 (3) 英尺/秒。



4. 有一公司生產  $x$  單位產品時, 其所需要的成本為  $C = 800 + 0.04x + 0.0002x^2$ , 若要使平均單位成本  $\frac{C}{x}$  產生最小值, 則此最小值會在  $x =$  (4) 時發生。

5. 如果需要函數 (Demand function) 為  $P(x) = 260 - 0.02x^2$ , 供給函數 (Supply function) 為  $R(x) = 100 + x$ , 則消費者剩餘 (Consumer surplus) 為 (5), 生產者剩餘 (Producer surplus) 為 (6)。

6. 結婚戒指的橫截面其形狀為 , 如果上弧線為  $y = \frac{7}{16} - 16x^2$ , 下直線為  $y = \frac{3}{8}$ , 則此戒指的體積為 (7)。



7. 常態機率密度函數為  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ , 其中  $\mu$  為平均值 (mean),  $\sigma$  為標準差 (Standard deviation), 如今在一組 18 歲到 24 歲的年輕人中尋找灌籃高手, 如果這一組年輕人身高的平均值為  $\mu = 70$  英寸, 標準差為  $\sigma = 3$  英寸, 要成為灌籃高手的最低要求是身高  $6\frac{1}{2}$  英尺 (78 英寸), 現在從這一組年輕人中隨意挑一位其身高會等於或超過  $6\frac{1}{2}$  英尺的機率為何? 請將此公式寫出來 (8)。

8. 設  $y$  表示一個國家的年收入,  $a$  表示年收入中用於必需品之金額,  $b$  表示年收入剩餘金額中用在奢侈品的百分比, 在經濟的模式中有此公式

$\frac{dy}{dt} = k(1-b)(y-a)$ , 其中  $t$  表示時間 (以年為單位),  $k$  為常數, 當  $b = 25\%$  時  $y =$  (9)。

9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  是收斂還是發散? 請寫出 (10)。

## 二. 畫圖：10分

畫出  $f(x) = (x^2 - 4)^{\frac{1}{3}}$  的圖形，您必須討論  $f(x)$  的定義域，值域，相對極大點，相對極小點，反曲點及漸近線。

## 三. 計算：40分

1. (a)  $f(x) = (x^2 + 1)^{\sin x}$ ,  $f'(x) = ?$  (5分)

(b)  $f(x) = \cos(x^2 \sin x)$ ,  $f'(x) = ?$  (5分)

2. (a)  $\int \frac{4x^2 - 1}{2x(x^2 + 2x + 1)} dx = ?$  (5分)

(b)  $\int \frac{\ln x}{x(4 + 3 \ln x)} dx = ?$  (5分)

3. (a)  $f(x, y) = xy - \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{4}y^4$ , 找出  $f(x, y)$  的相對極值及馬鞍點 (5分)

(b) 在  $6x + 4y + 3z - 24 = 0$  的條件下求出  $f(x, y, z) = xyz$  的最大值 (5分)

4. (a) 求出  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^{n!}}{n+1}$  的收斂區間。 (5分)

(b)  $\int_0^3 \int_y^3 e^{x^2} dx dy = ?$  (5分)