

一、解釋名詞並說明他們之間的差異。

- a. 傅利葉轉換(Fourier transform)與拉普拉斯轉換(Laplace transform)
- b. 自由振盪(free oscillation)與強迫振盪(forced oscillation)
- c. 梯度(gradient)和散度(divergence)

(15 分)

二、請解下列之初始值問題(initial value problem)。

$$x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0 \quad y(1) = 0.4 \quad y'(1) = 0$$

(15 分)

三、請找出下列系統的通解。

$$\begin{cases} y_1' = 2y_1 - y_2 \\ y_2' = 3y_1 - 2y_2 \end{cases}$$

(15 分)

四、請找出下列函數的反拉普拉斯轉換(inverse Laplace transform)

- a.  $\frac{1}{s^3 + as^2}$
- b.  $\frac{e^{-2s}}{s^6}$

(10 分)

五、請利用高斯消去法求解下列的線性系統。

$$\begin{cases} 8y + 6z = -4 \\ -2x + 4y - 6z = 18 \\ x + y - z = 2 \end{cases}$$

(15 分)

六、請利用 Green 定理來計算下列的線積分(line integral)  $\int_C \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}$ ，其中

$$\mathbf{F} = [y \quad -x] \text{ 而 } C \text{ 是由 } x^2 + y^2 = \frac{1}{4} \text{ 所組成的反時鐘方向旋轉的圓型路徑。}$$

(15 分)

七、請利用分離變數方法(method of separating variables)來解下列的問題，

$$u_{tt} = c^2(u_{xx} + u_{yy})$$

$$u(0, y, t) = u(a, y, t) = u(x, 0, t) = u(x, b, t) = 0, \quad 0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq y \leq b$$

$$u(x, y, 0) = f(x, y), \quad u_t(x, y, 0) = 0$$

(15 分)

